令和４年度入学者選抜試験問題

人文社会科学部人文社会科学科（総合法律コース，
地域公共政策コース，経済・マネジメントコース）
理学部理学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　この問題冊子の本文は**１ページ**から**６ページ**までです．

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください．

4　監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください．
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります．

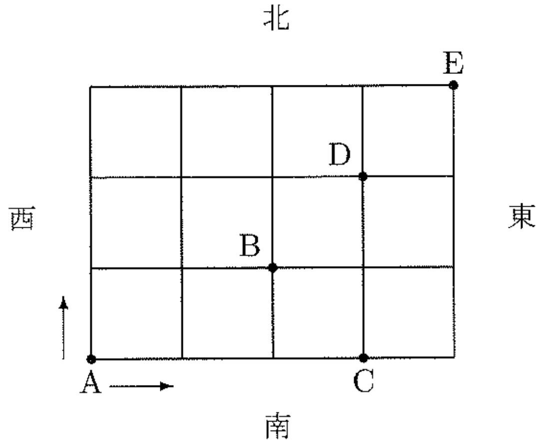
5　**人文社会科学部受験者**は，**第１問**，**第２問**，**第３問**の**３問**を解答してください．
理学部受験者は，**第１問**，**第３問**，**第４問**，**第５問**の**４問**を解答してください．
医学部受験者は，**第１問**，**第３問**，**第５問**，**第６問**の**４問**を解答してください．
農学部受験者は，**第１問**，**第２問**，**第３問**，**第４問**の**４問**を解答してください．

6　解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください．

7　直線定規は，使用してもかまいません．

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください．

第１問



上図のような正方形の区画から構成される道路があり，点 A を出発地点とする．「北」，「東」，「その場に留まる」と書かれた 3 枚のカードから無作為に 1 枚を引き，「北」を引いたら北に向かって 1 区画進み，「東」を引いたら東に向かって 1 区画進み，「その場に留まる」を引いたらその場に留まる．ただし，カードの指示通り移動できない場合にはその場に留まるとする．その後，引いたカードはもとに戻す．この操作を繰り返すとき，次の問に答えよ．

(1) 3 回操作を繰り返したとき，点 B にいる確率を求めよ．

(2) 5 回操作を繰り返したとき，点 C を通って点 D にいる確率を求めよ．

(3) 5 回操作を繰り返したとき，点 B を通らずに点 D にいる確率を求めよ．

(4) 6 回操作を繰り返したとき，点 D にいる確率を求めよ．

(5) 7 回操作を繰り返したとき，点 B，C，D のうち 2 つを通って点 E にいる確率を求めよ．

第２問

座標平面上の放物線 $y=-x^2+(a-4)x+2a-8$ を C とし，点 $(-2,0)$ を通る直線 L_1 と放物線 C が点 P で接するとする．ただし，点 P の x 座標は 0 以上であり，$a \neq 4$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1)　点 P の座標を a を用いて表せ．

(2)　直線 L_1 の方程式を a を用いて表せ．

(3)　点 P を通り，直線 L_1 に垂直な直線 L_2 の方程式を a を用いて表せ．

(4)　放物線 C と直線 L_2 の交点で，点 P と異なる点を Q とするとき，点 Q の座標を a を用いて表せ．

(5)　$a>4$ のとき，放物線 C と直線 L_2 に囲まれた図形の面積を a を用いて表せ．

第３問

平面上に点 O, A, B, C, D があり，$\mathrm{OA}=2$, $\mathrm{OB}=3$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=3\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\mathrm{OC}=\sqrt{15}$ を満たすとする．また，線分 OB 上に点 H があり，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{DH}}$ は直交しているとする．さらに，線分 OD の中点を M，線分 BM と線分 DH の交点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{DP}}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\mathrm{DP}=3$ を満たすとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ．

(2) $\triangle\mathrm{OBC}$ の面積を求めよ．

(3) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を求めよ．

(4) 線分 OD の長さを求めよ．

(5) $\mathrm{DP}:\mathrm{PH}$ を求めよ．

第４問

正の整数の i 乗の和 $\sum_{k=1}^{n} k^i$ を $S_i(n)$ で表すとき，次の問に答えよ．

(1) $S_0(22), S_1(22), S_2(22)$ および $S_3(22)$ の値を求めよ．

(2) 和 $\sum_{k=1}^{n}\left\{(2k+4)^4-(2k+2)^4\right\}$ を n について因数分解せよ．

(3) $(k+1)^5-k^5=5k^4+10k^3+10k^2+5k+1$ であることを用いて，以下の式のア，イ，ウ，エ，オに当てはまる数を求めよ．

$$5S_4(n)+1=\boxed{ア}(n+1)^5+\boxed{イ}S_3(n)+\boxed{ウ}S_2(n)+\boxed{エ}S_1(n)+\boxed{オ}S_0(n)$$

(4) $(k+1)^6-k^6=6k^5+15k^4+20k^3+15k^2+6k+1$ であることを用いて，$S_5(n)$ を n の多項式で表したときの最高次数の項を求めよ．

(5) $S_5(n)$ はある定数カ，キ，ク，ケ，コに対して，以下の式を満たすことが知られている．このとき，定数カ，キ，ク，ケ，コを求めよ．

$$S_5(n)=\boxed{カ}\{S_1(n)\}^5+\boxed{キ}\{S_1(n)\}^4+\boxed{ク}\{S_1(n)\}^3+\boxed{ケ}\{S_1(n)\}^2+\boxed{コ}S_1(n)$$

第５問

関数 $f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x}$ に対し，曲線 $y = f(x)$ を C とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めよ．

(2) 曲線 C の変曲点を求めよ．

(3) 曲線 C の接線で原点 O を通るものをすべて求めよ．

(4) 不定積分 $\displaystyle\int xe^{-x}dx$，$\displaystyle\int x^2e^{-x}dx$ を求めよ．

(5) (3) で求めた接線のうち，その接点の x 座標が最小になるものを L とする．曲線 C と接線 L，および y 軸によって囲まれた図形の面積を求めよ．

第６問

複素数平面上で，複素数 z を用いて，2 つの円 O_1 と O_2 を，次の式で定義する．

$$O_1 : \ |z+5| = 1+2\sqrt{5}$$

$$O_2 : \ |z-5| = 1$$

この 2 つの円に外接する円 O_3 の中心を点 $\mathrm{P}(\alpha)$ とし，円 O_1 と円 O_3 の接点を $\mathrm{Q}(\beta)$ とおくとき，次の問に答えよ．

(1) 複素数 α の実部が正であることを示せ．

(2) 2 つの実数 x, y と虚数単位 i を用いて複素数 α を $\alpha = x + yi$ と表すとき，x を y を用いて表せ．

(3) $t = \tan(\arg(\alpha))$ としたとき，t のとりうる値の範囲を求めよ．
ただし，$\arg(\alpha)$ は複素数 α の偏角とする．

(4) 複素数 α を t を用いて表せ．

(5) $\arg(\alpha) = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，複素数 β の値を求めよ．